

# MATHÉMATIQUES I, session 2015

## Option Économique

### École conceptrice : EMLYON

L'épreuve est composée de trois exercices indépendants.

**L'exercice 1** (probabilités) propose l'étude de la loi du premier dépassement dans une suite de variables aléatoires indépendantes et suivant toutes la loi exponentielle de paramètre 1.

#### Partie I

La partie I, très proche du cours, étudie la loi exponentielle.

**1.** Cette question très facile consistait en un rappel de cours et a été en général bien traitée. Cependant, il y a quelquefois eu oubli du cas  $x < 0$ , ou des erreurs dans l'expression de l'espérance ou de la variance.

**2.** De nombreux candidat(e)s ne voient pas le lien, pourtant évident et rappelé dans l'énoncé, avec la question précédente et se lancent dans des calculs inutiles, avec souvent des erreurs dans les calculs de primitives.

Quelques candidat(e)s montrent une incompréhension de la notion de convergence pour une intégrale généralisée.

**3.a.** Question souvent résolue, avec quelquefois oubli de la valeur du paramètre.

**3.b.** Question abordée dans environ la moitié des copies, avec des réponses en général convenables. Certain(e)s candidat(e)s confondent une simulation de la loi et une densité.

#### Partie II

La partie II étudie une variable aléatoire définie comme maximum de  $n$  variables aléatoires.

**4.a.** Question en général bien traitée, sauf par les candidat(e)s qui n'ont pas compris la définition de  $T_n$ .

Les correcteurs ont rencontré quelques confusions grossières entre événements et probabilités.

**4.b.** La plupart des résolutions sont confuses, avec souvent oubli de la continuité en 0 pour la fonction de répartition.

**5.a.** Quelques candidat(e)s montrent une incompréhension de la notion d'intégrale convergente. D'autres confondent l'espérance du maximum et le maximum des espérances.

**5.b.** La réponse pour  $E(T_1)$  est souvent correcte, mais celle pour  $E(T_2)$  est souvent fautive.

**6.a.** Les correcteurs ont été désagréablement surpris par d'assez nombreux essais de tricherie dans les calculs, la réponse étant donnée dans l'énoncé.

**6.b.** Question en général bien résolue, en liaison avec le résultat de la question précédente.

**6.c.** Dans trop de copies, le résultat n'est pas simplifié, les candidat(e)s laissant en place une intégrale qui en réalité est égale à 1.

#### Partie III

La partie III propose l'étude de la loi du premier dépassement.

**7.** L'égalité d'événements est en général bien traitée.

Ensuite, pour la probabilité, il y a souvent confusion entre un produit d'un nombre fini de facteurs et sa limite, certain(e)s candidat(e)s écrivant même un produit infini, ce qui n'est pas défini dans le programme.

8. Question résolue dans une minorité de copies. Ne pas oublier la justification d'indépendance.

9. Question souvent abordée et en général bien traitée, en liaison avec la question précédente, mais trop de candidat(e)s recalculent l'espérance et la variance.

Les résultats sont souvent laissés bruts, alors qu'il faut les écrire sous leur forme la plus simplifiée, en particulier ne pas laisser  $\frac{1}{e^{-a}}$  mais remplacer par  $e^a$ .

10. Question facile et en général bien traitée.

11.a., b. Questions peu souvent abordées et alors convenablement traitées.

12.a. Question souvent résolue, en liaison avec le résultat de la question précédente.

12.b. Question souvent résolue, mais avec fréquemment une erreur sur le statut de la constante additive.

**L'exercice 2** (analyse) propose l'étude d'une fonction réelle d'une variable réelle, puis d'une suite, d'une série et des extremums d'une fonction réelle de deux variables réelles.

### Partie I

La partie I propose l'étude d'une fonction réelle d'une variable réelle et celle de l'existence et de l'unicité d'une solution d'une équation.

1. Question très facile et abordée dans la quasi-totalité des copies.

On note cependant quelques erreurs de calcul de la dérivée ou de la limite en  $-\infty$ , et des tableaux de variations aberrants. Les croissances comparées ne semblent pas bien maîtrisées.

2. Quelques candidat(e)s ne pensent pas à utiliser la question précédente.

Dans l'application du théorème de la bijection monotone, il y a quelquefois oubli de la continuité. La justification de l'encadrement de  $\alpha$  est souvent oubliée.

### Partie II

La partie II propose l'étude d'une suite reliée à la fonction de la partie I.

3. Question souvent résolue, en général de façon correcte quoique exprimée confusément.

4. Question souvent abordée, avec ici aussi des confusions.

Rappelons que la croissance de la fonction  $f$  n'entraîne pas la croissance de la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ .

5. Question souvent abordée, mais en général la résolution est fautive, la plupart des candidat(e)s confondant l'existence d'une limite pour la suite avec celle d'une limite pour la fonction.

Trop de candidat(e)s croient, à tort, que, si une suite est croissante et minorée, alors elle tend vers  $+\infty$ , perdant de vue que le fait d'être minorée n'entraîne pas celui de ne pas être majorée.

### Partie III

La partie III propose l'étude d'une série reliée à la fonction de la partie I.

6. La plupart des copies abordant cette question donnent une résolution fautive, par équivalence fautive, ou par oubli de la positivité, ou par comparaison des sommes au lieu des termes, ou encore en parlant d'un produit de série qui n'a pas d'existence ici.

7. Question presque jamais abordée.

8. Question rarement abordée.

Des copies confondent  $f(k)$  et  $S$ , d'autres font intervenir une dichotomie hors de propos.

#### Partie IV

La partie IV propose l'étude des extremums d'une fonction réelle de deux variables réelles reliée à la fonction de la partie I.

9. Les attentes du jury étaient prévisibles, le même genre de question ayant été posé l'année précédente. Malgré cela, la moitié seulement des copies abordent cette question, pourtant très simple, et, parmi celles-ci, moins de la moitié donnent une réponse correcte, la majorité des candidat(e)s confondant l'ensemble demandé  $U$  avec une éventuelle représentation graphique de la fonction  $g$ . Rappelons que le schéma doit comporter l'indication du nom des axes.

10. Question très souvent abordée et en général correctement résolue.

Quelques erreurs cependant dans ce calcul de dérivées partielles premières.

11. Question souvent abordée et en général bien résolue.

Mais certain(e)s copies ne traitent qu'une implication et non l'équivalence logique demandée.

12., 13. Questions souvent abordées.

Le cours semble su, mais les calculs sont menés lourdement et avec des erreurs, ce qui peut changer la nature du résultat.

14. Question rarement abordée, et alors souvent fautive, la solution proposée dépendant alors des résultats obtenus aux deux questions précédentes.

**L'exercice 3** (algèbre) propose l'étude d'un endomorphisme d'un espace vectoriel de dimension trois et de son commutant. Le choix du sujet consistant à privilégier l'aspect abstrait des endomorphismes à celui du registre matriciel a montré que la majorité des candidat(e)s n'a pas du tout assimilé cette partie du programme.

1.a. Beaucoup de candidat(e)s montrent leur incompréhension des notions en jeu, et confondent nombre, vecteur, endomorphisme, par exemple en écrivant, au lieu de  $f \circ (f^2 + i)$ ,  $f(f^2 + i)$ , ce qui n'a pas de sens, et en affirmant alors  $f^2 + i \in \text{Ker}(f)$ .

Il y a souvent confusion entre  $f \neq \theta$  et  $f$  ne s'annule pas.

1.b. Question souvent résolue, en liaison avec le résultat de la question précédente.

Il y a cependant quelquefois confusion entre les deux quantificateurs, pour la définition d'une valeur propre, ou oubli de la condition de non-nullité pour la définition d'un vecteur propre.

2. Question souvent abordée, mais avec des failles dans la logique élémentaire, par confusion entre une implication et une équivalence logique.

3. Question souvent abordée, avec quelquefois de grossières erreurs, du genre :  $f$  n'est pas diagonalisable puisque  $f$  n'a pas trois valeurs propres deux à deux distinctes.

4. Question rarement résolue correctement : on retrouve les mêmes erreurs et confusions que pour la question 1. De trop nombreux candidat(e)s simplifient l'égalité  $f \circ (f^2 + i) = \theta$  par  $f$  sans justification, pour obtenir  $f^2 + i = \theta$ , ce qui constitue un raisonnement faux.

5. Question facile résolue dans la quasi-totalité des copies, quoique souvent rédigée de façon incorrecte par équivalences logiques successives alors que l'on applique  $f$ .

**6.a.** Question abordée dans la majorité des copies, mais avec trop souvent le raisonnement faux : les vecteurs sont tous non nuls, donc leur famille est libre.

Les correcteurs ont aussi rencontré une explication bizarre sur des degrés échelonnés.

**6.b.** Question assez souvent résolue correctement.

**7.** Question facile et souvent abordée, mais la liberté de la famille  $(A, B, C)$  est souvent affirmée sans preuve.

**8.** Question élémentaire de calcul matriciel, assez souvent abordée, et alors en général correctement résolue, malgré, ici encore, une confusion entre implication et équivalence logique.

**9.a.** Question très souvent résolue, par les candidat(e)s qui ont obtenu une réponse correcte à la question 6.b.

**9.b.** Question assez souvent abordée.

Mais les candidat(e)s croient, à tort, qu'il s'agit de trouver toutes les matrices convenant, alors qu'il ne s'agit que d'en trouver au moins une. Les résolutions manquent ici de clarté logique.

**10.** Question ouverte, très rarement abordée, résolue correctement dans une infime fraction des copies.

L'équipe de conception s'est attachée à rédiger un sujet conforme au programme, progressif dans la difficulté des questions, permettant aux candidat(e)s de valoriser leurs compétences : compréhension de la problématique, connaissance du cours, aptitude au raisonnement logique, mise en oeuvre des techniques de calcul, communication écrite et qualités de synthèse.

Les correcteurs ont estimé qu'il s'agit d'un excellent sujet, exempt d'erreur d'énoncé, intéressant, équilibré, progressif, complet et couvrant une très large partie des connaissances exigibles, bien gradué en difficulté, conforme à la lettre et à l'esprit du programme, très bien rédigé, bien adapté à la voie économique, et un peu long, ce dont il a été tenu compte dans l'établissement du barème.

Le sujet évalue la connaissance du programme, mais aussi, grâce à quelques questions ouvertes, la capacité à résoudre des problèmes et à synthétiser.

Une bonne gradation de la difficulté a permis aux candidat(e)s de mettre en valeur leur travail de préparation des deux années dans les questions de facture classique, et a aussi permis, par des questions plus fines, aux meilleur(e)s de se dégager. Les correcteurs ont insisté sur la très grande hétérogénéité des copies. Les candidat(e)s non préparé(e)s n'ont pas pu donner le change : la quasi-totalité des questions exigeait la connaissance du cours.

L'aptitude au calcul, les capacités à relier différentes questions, à argumenter et à synthétiser font partie des critères d'évaluation des copies.

Les trois exercices sont abordés dans la quasi-totalité des copies.

Dans l'ensemble, la présentation a paru convenable, malgré quelques copies très peu soignées ou illisibles. Mais la rédaction est souvent trop approximative et les candidat(e)s manquent de rigueur dans les notations, les phrases mathématiques et l'argumentation.

Il est impératif que les questions soient numérotées selon l'énoncé et clairement séparées. Les résultats et les réponses doivent être mis en évidence en les encadrant proprement (à la règle).

L'éventail complet des notes a été utilisé et le sujet a joué parfaitement son rôle de sélection.

Au bilan, les candidat(e)s n'ont pas été surpris(es) et le sérieux du travail a été récompensé.

**Moyenne de l'épreuve : 9,4 / 20 .**