

## MATHEMATIQUES 2S (épreuve n° 283)

ANNEE 2014

Epreuve conçue par CCIR

Voie économique et commerciale

### **Le sujet**

L'objet du problème de cette année était l'étude des propriétés des matrices de variance-covariance en liaison avec la loi des vecteurs aléatoires correspondants.

La partie I était consacrée aux vecteurs aléatoires suivant une loi généralisée de Bernoulli de paramètre  $p$ . Cette partie qui faisait la part belle à des notions importantes du programme d'algèbre linéaire (rang d'une matrice, valeurs propres, diagonalisabilité et inversibilité d'une matrice, projecteur) et à la correspondance entre vecteur aléatoire de Bernoulli et variable aléatoire composante, a permis une première sélection des candidats (ceux qui maîtrisaient la définition d'un vecteur de Bernoulli et les autres).

Dans la partie II, on s'intéressait à des tirages avec remise d'individus d'une population scindée en différentes strates, modélisés par des vecteurs de Bernoulli de même paramètre. Cette partie, assez technique, était l'occasion d'appliquer les résultats du cours sur les probabilités conditionnelles (espérance conditionnelle et extension à la variance conditionnelle, formule de l'espérance totale) pour des variables aléatoires du type « temps d'attente ». Une minoration de la variance d'une combinaison linéaire de variables aléatoires non indépendantes suivant des lois géométriques concluait cette partie II.

La partie III mêlant algèbre linéaire, algèbre bilinéaire et probabilités se proposait de montrer que dans le cadre du modèle généralisé de Bernoulli, le rang stochastique (défini dans la question 7) du vecteur de Bernoulli est égal au rang de la matrice de variance-covariance de ce vecteur. Ce résultat permettait de montrer, à l'aide des questions précédentes, l'inversibilité de la matrice de variance-covariance du vecteur aléatoire dont les composantes sont les temps d'attente du premier tirage d'un individu d'une catégorie donnée.

### **Les résultats statistiques**

La note moyenne des 3317 candidats ayant participé à cette épreuve s'établit à 10,39 avec un écart-type de 4,56, ces statistiques étant très voisines de celles du concours 2013.

Près de 37% des candidats obtiennent une note supérieure à 12 et environ 13% de l'ensemble des candidats se voient attribuer une note supérieure à 16 ; enfin, 1,9% de candidats, soit une centaine, se situent entre 19 et 20, et parmi ceux-ci, 46 obtiennent la note maximale de 20.

Le barème de notation accordait aux trois parties du problème les poids respectifs de 30%, 30% et 40%.

Les meilleures copies réalisent près des deux-tiers du problème, c'est-à-dire la partie I en quasi-totalité, la partie II à l'exception des questions 5.b), 6.c) et 6.d) et la partie III jusqu'à la

question 9.a). Notons qu'un candidat exceptionnel a résolu correctement 85% des points de barème (tout le problème jusqu'à la question 12.a), à l'exception de la question 5.b).

L'appréciation globale que l'on peut tirer de l'examen des copies est la suivante :

- Les candidats ont beaucoup progressé en algèbre linéaire ; le rang d'une matrice pose toutefois quelques difficultés à nombre de candidats.
- En revanche, on note une baisse sensible du niveau des connaissances en probabilité même élémentaire.
- Bien que l'épreuve de cette année ne comportait pratiquement pas de questions d'analyse, le jury a constaté dans d'autres épreuves une baisse continue du niveau de connaissances des candidats dans ce domaine.